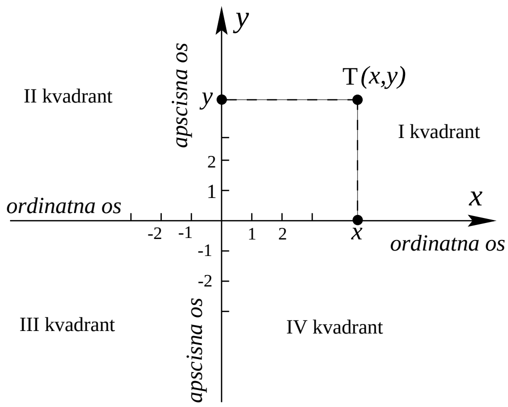
Analitička geometrija ravnine – osnovne formule

Udaljenost između dvije točke $T_1(x_1, y_1)$ i $T_2(x_2, y_2)$:

$$\boxed{d(T_1, T_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

Dijeljenje dužine $\overline{T_1T_2}$ točkom $T(x_t, y_t)$ u omjeru $-\lambda = \frac{|T_1T|}{|TT_2|}$:

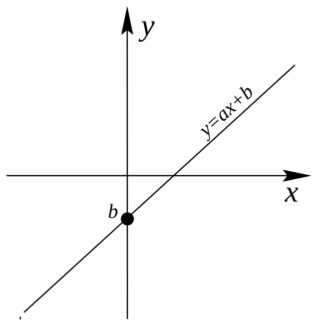
$$\boxed{x_t = \frac{x_1 - \lambda x_2}{1 - \lambda}} \qquad \boxed{y_t = \frac{y_1 - \lambda y_2}{1 - \lambda}}$$



Pravac u koordinatnom sustavu

Eksplicitna jednadžba pravca: $\boxed{y = k \cdot x + l}$

$$\text{pravac je} \begin{cases} \text{rastući} & \text{ako je } k > 0 \\ \text{padajući} & \text{ako je } k < 0 \\ \text{vodoravan} & \text{ako je } k = 0 \end{cases}$$



Implicitna jednadžba pravca: $\boxed{A \cdot x + B \cdot y + C = 0}$

Segmentna jednadžba pravca; ako pravac na osima O_x i O_y siječe odsječke m i n: $\boxed{\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1}$

Pravac zadan s točkom $T(x_1, y_1)$ **i koeficijentom smjera** k

$$\boxed{y - y_1 = k \cdot (x - x_1)}$$

Pravac zadan s dvije točke $T_1(x_1, y_1)$ i $T_2(x_2, y_2)$: $\boxed{y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)}$ $\boxed{k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$

Udaljenost δ **točke do pravca**; točka $T(x_0, y_0)$ i pravac $Ax + By + C = 0$: $\boxed{\delta = \left| \frac{A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|}$

Kut φ **između pravca** $y = kx + l$ **i osi** O_x: $\boxed{\text{tg}\varphi = k}$

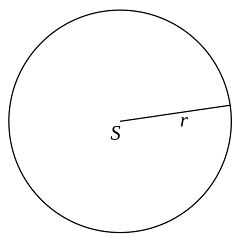
Kut φ **između dva pravca** s koeficijentima smjera k_1 i k_2:

$$\boxed{\text{tg}\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}}$$

(ako dobijemo $\varphi > 90°$ tada kao rezultat uzimamo $180° - \varphi$)

Uvjet paralelnosti i okomitosti dvaju pravaca s koeficijentima smjera k_1 i k_2:

$$\text{pravci } p_1 \text{ i } p_2 \text{ su} \begin{cases} \text{paralelni } p_1 || p_2, & \text{ako je } \boxed{k_1 = k_2} \\ \text{okomiti } p_1 \perp p_2, & \text{ako je } \boxed{k_1 = -\frac{1}{k_2}} \end{cases}$$



Kružnica

Jednadžba kružnice sa središtem $S(p, q)$ i polumjerom r:

$$\boxed{(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2}$$

Jednadžba centralne kružnice: $\boxed{x^2 + y^2 = r^2}$

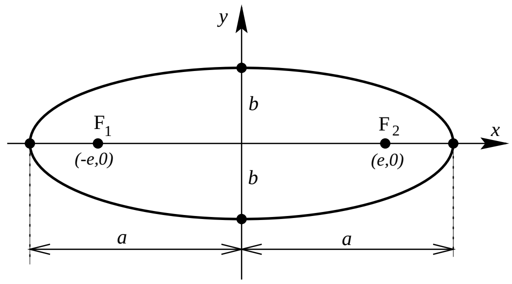
Jednadžba tangente na kružnicu s diralištem $D(x_0, y_0)$: $\boxed{(x - p)(x_0 - p) + (y - q)(y_0 - q) = r^2}$

Uvjet da bi pravac $y = kx + l$ **bio tangenta na kružnicu:** $\boxed{r^2 \cdot (k^2 + 1) = (k \cdot p - q + l)^2}$

Elipsa

Svojstvo proizvoljne točke T na elipsi:

$$\boxed{d(T,F_1)+d(T,F_2)=2\cdot a=const}$$



Jednadžba elipse $(a>b)$:

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1} \qquad \boxed{b^2\cdot x^2+a^2\cdot y^2=a^2\cdot b^2}$$

Jednadžba tangente na elipsu s diralištem $D(x_0,y_0)$:

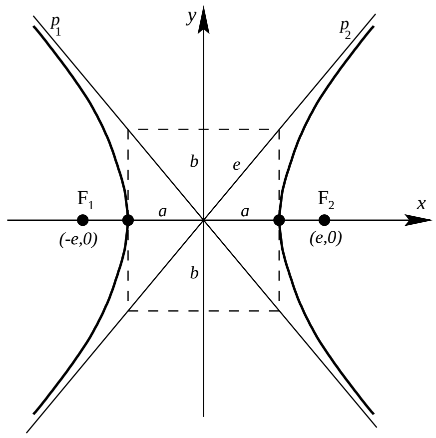
$$\boxed{\frac{x\cdot x_0}{a^2}+\frac{y\cdot y_0}{b^2}=1}$$

Uvjet da bi pravac $y=kx+l$ **bio tangenta** na elipsu: $\boxed{a^2k^2+b^2=l^2}$

Linearni ekscentricitet: $\boxed{e=\sqrt{a^2-b^2}}$

Numerički ekscentricitet: $\boxed{\varepsilon=\frac{e}{a}}$

Hiperbola



Svojstvo proizvoljne točke T na hiperboli:

$$\boxed{|d(T,F_1)-d(T,F_2)|=2\cdot a=const}$$

Jednadžba hiperbole:

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1} \qquad \boxed{b^2\cdot x^2-a^2\cdot y^2=a^2\cdot b^2}$$

Jednadžba tangente na hiperbolu s diralištem $D(x_0,y_0)$:

$$\boxed{\frac{x\cdot x_0}{a^2}-\frac{y\cdot y_0}{b^2}=1}$$

Asimptote na hiperbolu:

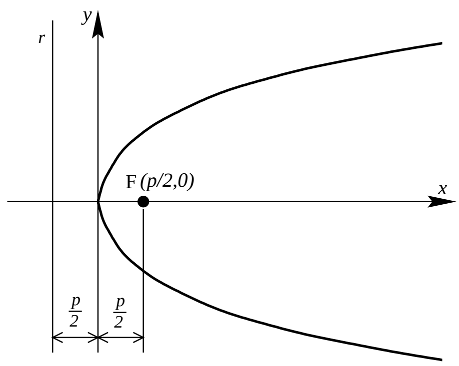
$$\boxed{p_1\ldots y=-\frac{b}{a}\cdot x} \qquad \boxed{p_2\ldots y=\frac{b}{a}\cdot x}$$

Uvjet da bi pravac $y=kx+l$ **bio tangenta** na hiperbolu: $\boxed{a^2k^2-b^2=l^2}$

Linearni ekscentricitet: $\boxed{e=\sqrt{a^2+b^2}}$

Numerički ekscentricitet: $\boxed{\varepsilon=\frac{e}{a}}$

Parabola



Svojstvo proizvoljne točke T na paraboli:

$$\boxed{d(T,F)=d(T,r)}$$

Jednadžba parabole:

$$\boxed{y^2=2p\cdot x}$$

Jednadžba tangente na parabolu s diralištem $D(x_0,y_0)$:

$$\boxed{y\cdot y_0=p\cdot(x+x_0)}$$

Jednadžba ravnalice parabole: $\boxed{r\ldots x=-\frac{p}{2}}$

Uvjet da bi pravac $y=kx+l$ **bio tangenta** na parabolu: $\boxed{p=2kl}$

v1.2 by tkr